■演習問題解答（4 月 10 日）

[演習問題 1]

(1)　加速度（一定）を a とすると，

$$a = d\upsilon / dt$$

と定義することができるので，

$$d\upsilon = a \cdot dt$$

として，時間 t に関する積分範囲を 0 ～t，速度に関する積分範囲を υ_0～υ_t とすると，

$$\int_{\upsilon_0}^{\upsilon_t} d\upsilon = a \cdot \int_0^t dt$$

となり，

$$\upsilon_t - \upsilon_0 = a \cdot (t - 0) \qquad \therefore \quad \upsilon_t = \upsilon_0 + at$$

となる．

(2)　$\upsilon = dx/dt = \upsilon_0 + at$ であるので，(1)と同様に，

$$dx = \upsilon_0 dt + at\,dt$$

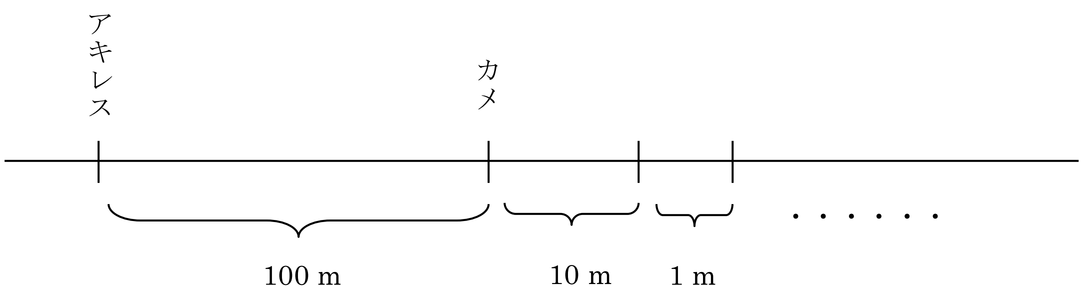
となり，時間 t に関する積分範囲を 0 ～t，位置に関する積分範囲を 0～x_t とすると

$$\int_0^{x_t} dx = \upsilon_0 \int_0^t dt + a \int_0^t t\,dt$$

となり，

$$x_t - x_0 = \upsilon_0 (t - 0) + \frac{1}{2} a \cdot (t^2 - 0) \qquad \therefore \quad x_t = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

[演習問題 2]



アキレスの進む距離を S とすると，図より，

$$S = 100\ \mathrm{m} + 10\ \mathrm{m} + 1\ \mathrm{m} + 0.1\ \mathrm{m} + 0.01\ \mathrm{m} + \cdots\cdots\cdots\cdots$$

となる．ギリシャ時代の人々は，この級数の和を無限大であると考えていたことになる．アキレスの進む距離は段々と短くなるがゼロにはならないと思っていた．現在では，この

級数の和は高校で習った等比級数の和を使って求めることができる．S は，初項 100，公比 1/10 の等比級数の和になる．したがって，S は，

$$\mathrm{S} = \frac{100\left\{1-\left(\frac{1}{10}\right)^{\mathrm{n}+1}\right\}}{1-\left(\frac{1}{10}\right)}$$

となる．ここで，$\mathrm{n} \to \infty$ の極限をとると，$\left(\frac{1}{10}\right)^{\infty} \to 0$ となるので，

$$\mathrm{S} = \frac{100}{1-\left(\frac{1}{10}\right)} = \frac{100}{\frac{9}{10}} = \frac{1000}{9}\ \mathrm{m}$$

となる．したがって，S は n（項数）が無限大あったとしても，ある値（1000 / 9）に収束して，ギリシャ時代の人々が思っていたように無限大ならない．つまり，アキレスは 1000/9 m の地点でカメに追いつく．時間にすると，$100/9v$ 秒後に追いつく．ここで，v はカメの速度である．