

■物理学基礎 演習問題解答 (5月8日)

[演習問題1]

質量 m の車と、地面の動摩擦係数 μ' を 1 とする。この車が時速 50km で走っているとき、急ブレーキをかけて止まるまでの距離を求めなさい。時速 100km の場合は止まるまでの距離はいくらか?

[解答]

車にブレーキをかけたときには摩擦力しか働いていないので、運動方程式は

$$m \cdot \frac{dx(t)^2}{dt^2} = -\mu' mg \quad (4.1)$$

となる。これを解くと、初速度、初期位置を v_0, x_0 とすると、速度と位置は

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 - \mu' gt \quad (4.2)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} \mu' gt^2 \quad (4.3)$$

となる。初期位置はブレーキをかけ始めた場所とし、ここを基準点として $x_0 = 0$ とする。

車が止まったときは速度がゼロなので止まるまでの時間は

$$t = \frac{v_0}{\mu' g} \quad (4.4)$$

となる。時速 50km/s を秒速に直すと、

$$v_0 = 50 \text{ km/h} = \frac{50 \times 10^3}{60 \times 60} \text{ m/s} \approx 14 \text{ m/s} \quad (4.5)$$

となり、重力加速度は $g = 9.8 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ なので、

$$\text{止まるまでの時間は } t = \frac{v_0}{\mu' g} = \frac{14}{9.8} = 1.428... \approx 1.4 [s] \quad (4.6)$$

となり、止まるまでの距離は

$$x(t) = 0 + 14 \cdot 1.4 - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 1.4^2 = 9.996 \approx 10 [m] \quad (4.7)$$

時速 100km/h の場合も同様に計算すると、およそ 40[m]となる。

(補足) ブレーキをかけたとき止まるまでの距離と初速度の関係について考えてみよ

う。 $x_0 = 0$ として(4.4)式を(4.3)式に代入する。

すると、

$$x = v_0 \left(\frac{v_0}{\mu'g} \right) - \frac{1}{2} \mu'g \left(\frac{v_0}{\mu'g} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{v_0^2}{\mu'g} \right) \quad (4.8)$$

となり、車が止まるまでの距離は初速度の 2 乗に比例することがわかる。

すなわち初速度が時速 100km の場合には止まるまでの距離は、時速 50km の場合の 4 倍となる。

[演習問題 2]

コインを本の上に乗せて、本を傾けていく。傾ける角度を大きくしていったとき、コインが滑り出した。このときの角度は 30 度であった。コインと本の間の静止摩擦係数はいくらか。

[解答]

角度 θ の本の上に乗っているコインに働く、本の表面に平行な力は

$$F_{//} = mg \cdot \sin 30^\circ \quad (4.9)$$

である。また垂直抗力は

$$N = mg \cdot \cos 30^\circ \quad (4.10)$$

なので、このコインが滑り出すときに働く摩擦力は最大摩擦力であり、これは静止摩擦係数で書くと

$$F = \mu' mg \cdot \cos 30^\circ \quad (4.11)$$

となる。コインが静止しているので、摩擦力と、本の斜面に平行な力は釣り合っている。すなわち、

$$mg \cdot \sin 30^\circ = \mu' mg \cdot \cos 30^\circ \quad (4.12)$$

となり、静止摩擦係数は

$$\mu' = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.57 \quad (4.13)$$

である。