

[演習問題 1]

図 4.4 に示すような 3 辺の長さ $a, b, l (a, b \ll l)$ である直方体の剛体(質量 M)の棒の端 A に、棒の中心を通り長さ a の辺に平行に軸をつけた物理振り子の振動の周期を求めなさい。

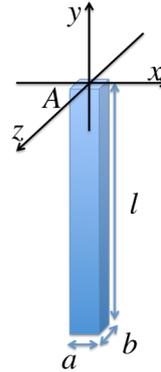


図 4.4

[解答:]

重心を通り、この軸に平行な軸の周りの慣性モー

メント I_G は

$$I_G = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} (y^2 + z^2) \rho dx \cdot dy \cdot dz = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} (y^2 + z^2) \frac{M}{a \cdot b \cdot l} dx \cdot dy \cdot dz$$

$$= \frac{M}{12} (l^2 + b^2) \approx \frac{M}{12} l^2$$

である。

図で回転軸は重心から距離 $\frac{l}{2}$ にあるので、この物理振り子の回転軸周りの慣性モーメントは

$$I_x = I_G + M \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{M}{3} l^2$$

となる。

この物理振り子の回転の運動方程式は

$$I_x \ddot{\varphi} \approx -Mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \varphi$$

なので、

$$\ddot{\varphi} \approx -g \cdot \frac{3}{2l} \cdot \varphi$$

となる。すなわちこの直方体の振り子は

$$\text{角振動数 } \omega \approx \sqrt{\frac{g}{2/3 l}} \text{、 周期 } T \approx 2\pi \sqrt{\frac{2/3 l}{g}} \text{ で振動する。}$$

