平成 26 年度
物理学基礎　講義資料
第 4 回

物体の運動と力

−力の釣り合い、合成と分解−

生命医科学部医工学科

2014/5/8

ニュートンの運動方程式を解くときに重要な力の合成、分解について理解する。

- ■　前回の復習と　ニュートンの運動の法則
- ■　力の合成と分解
- ■　張力
- ■　摩擦力
- ■　単振り子
- ■　演習問題

■　前回の復習

物体の運動はニュートンの運動方程式を解くことにより、求めることが出来る。

ニュートンの運動方程式（第 2 法則）を式で表すと、

$$m\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{F}}$$

となる。

ここで、m は物体の質量、$\vec{a}$ は加速度、$\vec{F}$ は力である。　このニュートンの運動方程式からわかるように運動を決めるのは力である。

物体には、複数の力が異なった方向から加わることもある。このような場合の運動方程式を解くと木に、重要となるのが力の分解と、合成である。今回は運動方程式の応用例を考えることにより、この力の取り扱いを学ぶ。

■　力の合成と分解

力は大きさと方向を持つベクトル量である。例えば、次のような、実験を想像してみよう。

図のように３本のひもを一カ所で結びつけ３方から引っ張る。引く力の大きさがわかるように、それぞれのひもにバネはかりをつけておく。（バネばかりで力を測定する原理は？）３本のひもをある角度で引っぱり、結び目が止まったときのそれぞれのひもに加わっている力$\vec{\mathbf{F}}$を測定する。　この測定をもとに、これらの３つの力を大きさに比例した長さを持ち、ひもの角度の方向のベクトル（矢印）として図に描く。すると、次のことがわかる。

図 4.1 に閉め示されていることは、

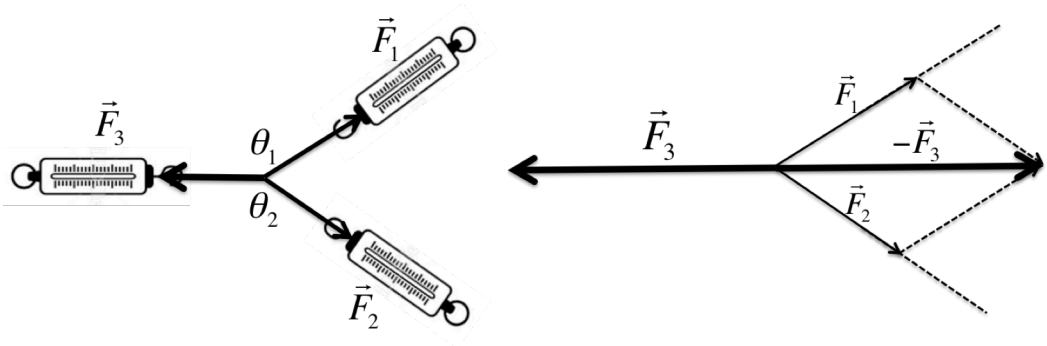


図 4.1

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1$$

すなわち、この３本のひもは釣り合っているので、

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

となる。

このように、力はベクトルの和の法則を使って、力の和を求めることが出来る。逆にある力をそれに等しい和を持つ２つの力に分解することも出来る。

一つの力を分解するには、その力を対角線に持ち、分解したい方向に辺を持つ平行四

辺形を考える。（図 4.2）

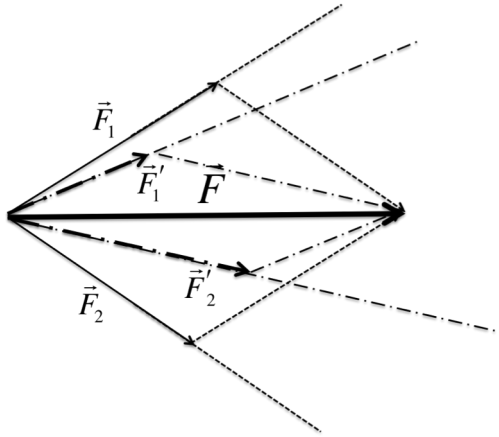
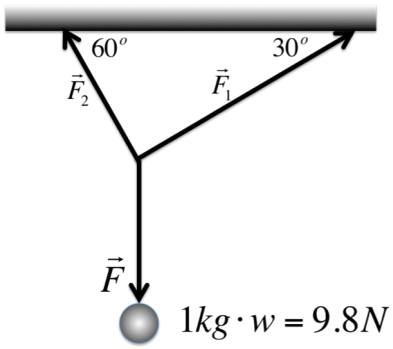


図 4.2　力の分解の方法

このような力の分解、合成を使って、物体の運動を取り扱うと便利なことがある。いくつかの例を使って、このような運動について考える。

図のようなひも１．２．３を使って質量１kg の物体がつり下げられている。
ひも２、３が結び目を引く力は？



図：力の分解の仕方

力の分解を使った例を

■　張力

物体をロープなどで引っ張るときにロープにそって働く力を張力と呼ぶ。ロープは２つの物体をつないで、その両端で同じ大きさの張力で物体を引っ張ることになる。
図 4.3 のように A、B２つの物体はそれぞれ、質量 M, m を持ち、重さを無視できるひもでつながれてなめらかな斜面の両側に置かれている。物体 B には重力が働いている。このときの物体 A、B の運動について考える。

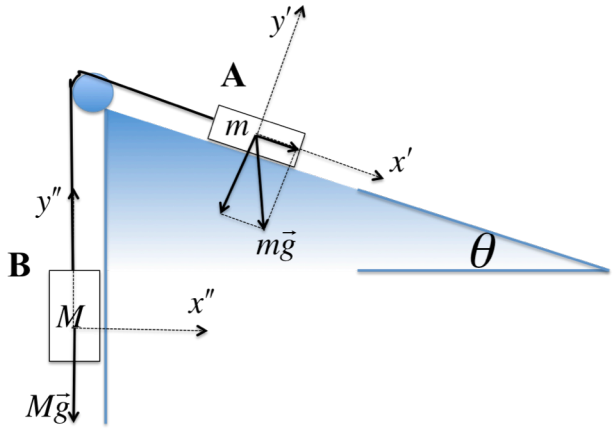


図 4.3　ひもでつながれた物体 A と B

■　摩擦力

張力について考えたとき、物体が置かれている面を「なめらかな」としたが、これは摩擦のないという意味である。摩擦とは、物体とそれが置かれている面との間に働く力であり、運動方向と反対向きに働く。(図 4.4)

摩擦力がには２種類あり、**静止摩擦力**、**運動摩擦力**と呼ばれる。

静止摩擦力：物体が静止しているときの摩擦力。外から加えられる力に従って大きくなるが、最大値がある。最大摩擦力の大きさは、近似的に垂直抗力（物体がその面を押す力）の大きさに比例する。　この比例係数 μ を静止摩擦係数という。

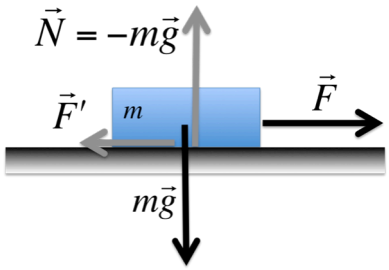


図 4.4　摩擦力の働いている物体

$$\left|\vec{F}_{\max}\right| = \mu\left|\vec{N}\right|$$

運動摩擦力：物体が動いているときに働く摩擦力。運動摩擦力も垂直効力に近似的に比例し、その比例係数 μ' を運動摩擦係数という。

$$\left|\vec{F}'\right| = \mu'\left|\vec{N}\right|$$

動摩擦係数は、速度があまり大きく変化しない範囲では近似的に速度によらず一定である。　加えられた摩擦力が最大静止摩擦力より大きくなると、物体は動き出す。一般に運動摩擦力は静止摩擦力より小さい。摩擦力を使った物、現象は身の回りにたくさんある（自動車や自転車のブレーキ、スキーやスケートなど）　又、摩擦がある為に物（例えば机や椅子、棚など）が動かないし、私たちが歩いたり走ったりできるのも地面との間に摩擦があるからである。

■　単振り子

図 4.5 のように質量 m のおもりが、長さ l のひもに結んである。（これを振り子という）ひもの重さ、おもりの大きさを無視した場合の、振り子の振動を考える。　この振り子は半径 l 上の円の弧を描くように運動する。

ひもと天井からの垂線がなす角を θ とし、おもりに働く力（重力を分解し、円の接線方向の力と、ひもの方向に働く力に分解する。

ひもの方向に働く力はひもの張力と釣り合っていて、ゼロとなる。

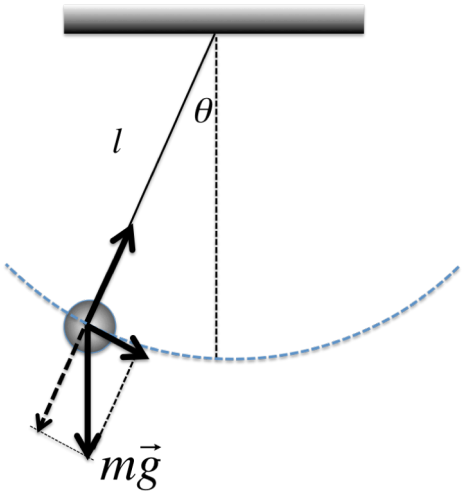


図 4.5　単振り子

接線方向の運動方程式を解く。すなわち、ひもと天井からの垂線がなす角度 θ 時間変化を求める。

角度 θ が満たす微分方程式から、その解は

$$\theta = \theta_0 \cos(\sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l}}t)$$

となる。すなわち、この振り子は角振動数 $\omega = \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l}}$ 、周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{|\vec{g}|}}$ で振動することがわかる。この振動の振動数、周期は振り子の振幅 θ_0 にはよらないことがわかる。　（これは「振り子の等時性」と言って１７世紀にガリレオによって、この法則が発見され、その後の振り子時計の発明につながった。）

[演習問題１]

質量 m の車と、地面の動摩擦係数 μ' を 1 とする。この車が時速 50km で走っているとき、急ブレーキをかけて止まるまでの距離を求めなさい。　時速 100km の場合は止まるまでの距離はいくらか？

[演習問題 2]

コインを本の上に乗せて、本を傾けていく。　傾ける角度を大きくしていったとき、コインが滑り出した。　このときの角度は 30 度であった。　コインと本の間の静止摩擦係数はいくらか。