

電磁気 (Electromagnetics) の用語

- 電気 (Electric, Electricity)

- 電荷
(Electric Charge)

- 電流
(Electric Current)

- 電気双極子
(Electric Dipole)

- 電気力線 → 電場
(Electric Field)

- 誘電率
(Electric Permittivity)

- 磁気 (Magnetic, Magnetics)

- ~~• 磁価
(Magnetic Monopole)~~

- ~~• 磁流
(Magnetic current)~~

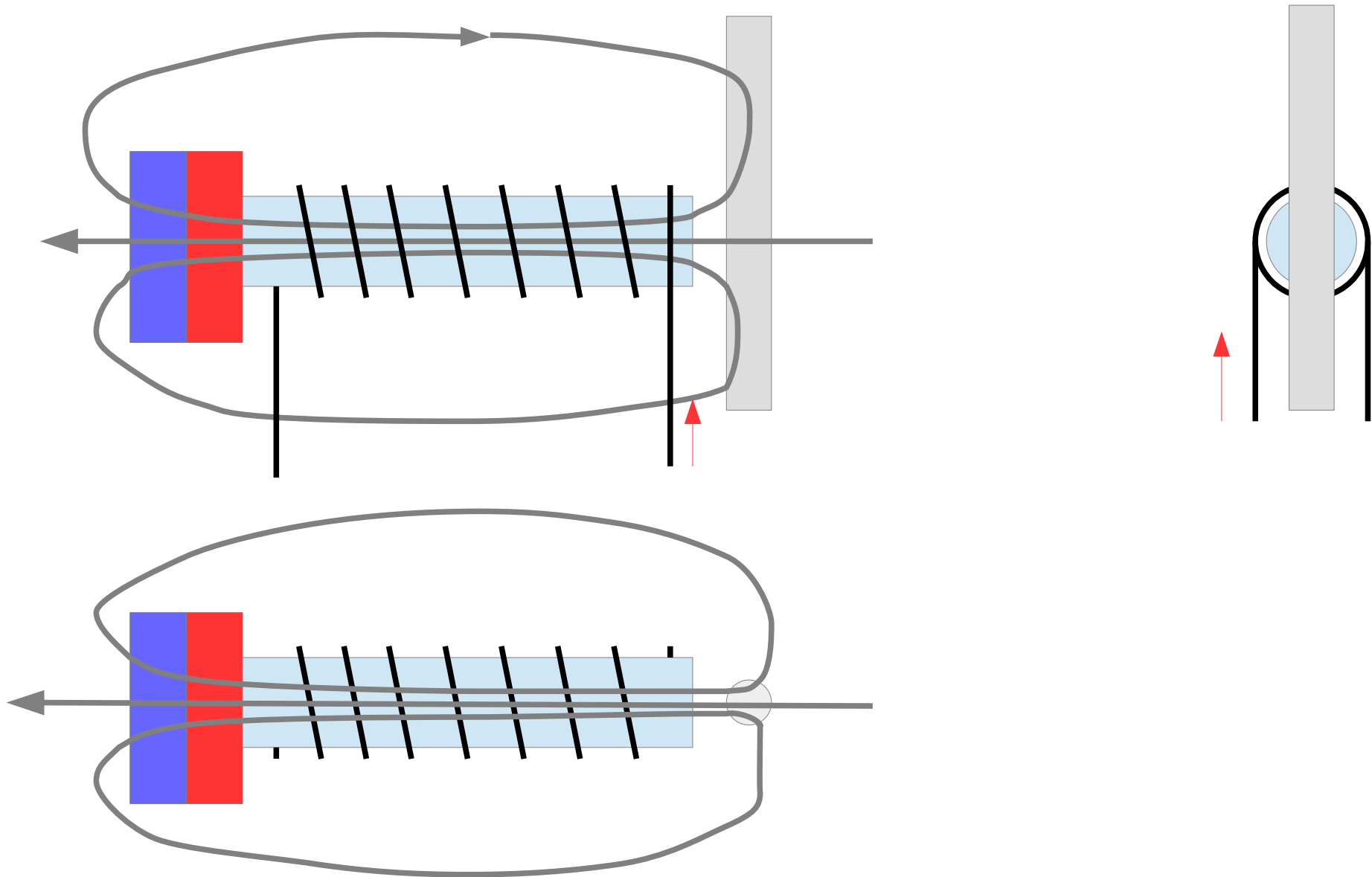
- 磁気双極子
(Magnetic Dipole)

- 磁力線 → 磁場
(Magnetic Field)

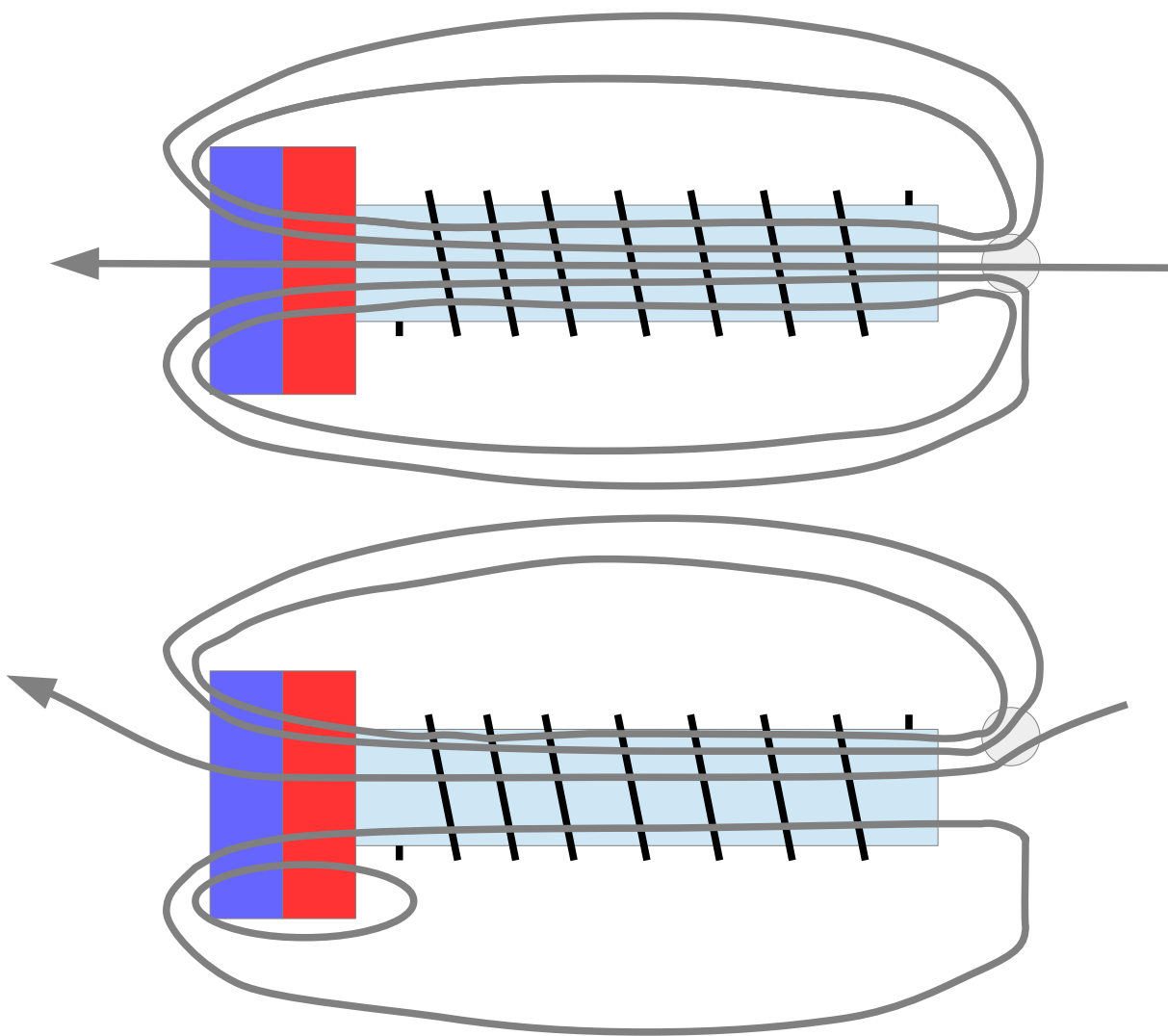
- 透磁率 (Permeability)

電磁波 (Electromagnetic wave) = 光 (light, Photo, Optical)

ピックアップの構造

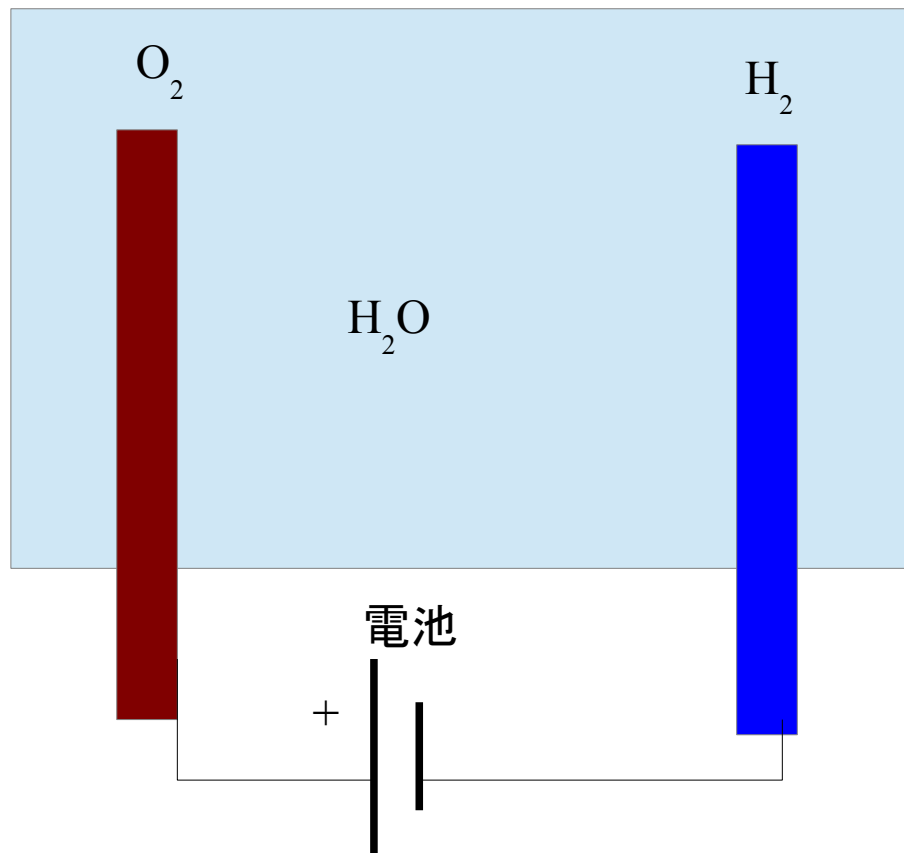


振動と電圧信号

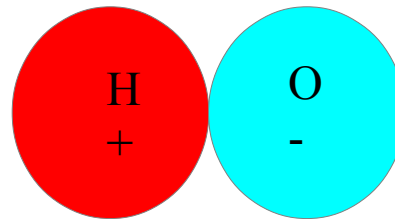


電気分解

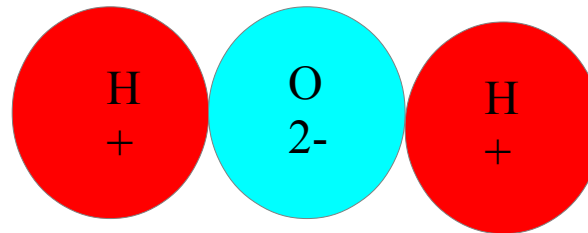
- 1800年、ボルタ電池
- 1800年、カーライルとウィリアム・ニコルソンの水の電気分解



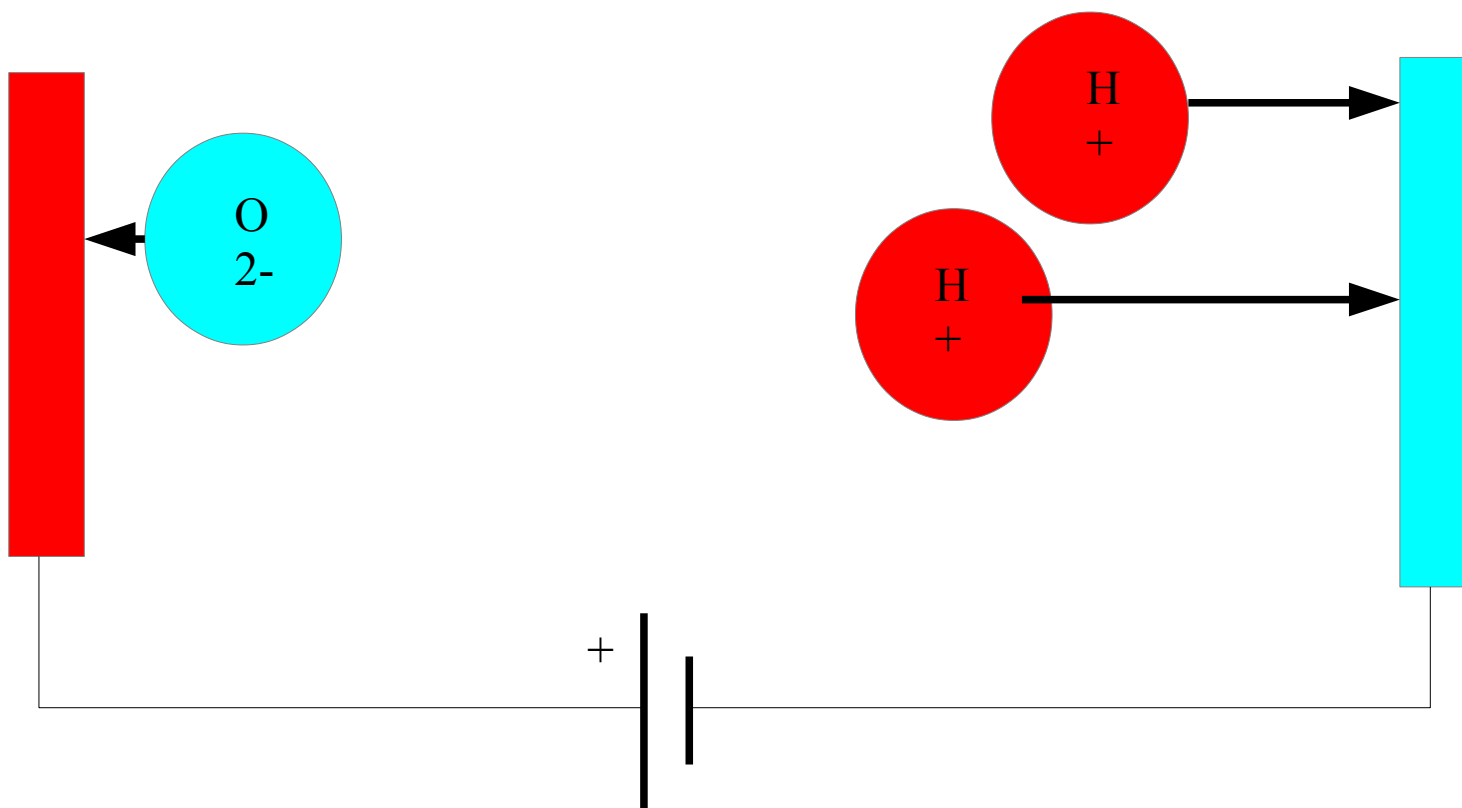
- 1806年、デービーの結合の電気化学的仮説
 - 原子は電荷をもっていて、静電気力でつながっていると考える考え方。
- 溶融塩（高温で液化した塩）の電気分解



- イェンス・ヤコブ・ベルセリウス
 - 原子量の測定
 - 1828年電気二元論
 - すべての原子が荷電を持っていて、荷電量を



- ファラデー、1833年 電気分解の法則
 - 流した電荷量に比例して分子が分解される
 - 分離した分子の数量 \propto 流した電荷量
 - ファラデー定数: $9.65 \times 10^5 \text{ C/mol}$
 - 電解した原子 \rightarrow イオン

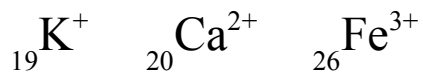
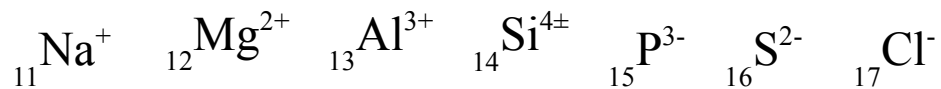
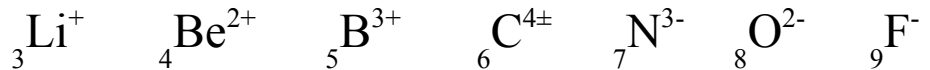


クラウジウス

- 1857年、電解質解離
 - ファラデーまでは、電界をかけるまでは分子は分離していないと考えられたが、クラウジウスは熱的なエネルギーで、分子はイオンとして解離していると考えた。
 - 固体(沈殿): $\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{R} > k_B T$
 - 流体(溶解): $\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{R} < k_B T$
 - 誘電体(水)の中では、電場が小さくなるから、低温で解離する。
 - NaClの沸点は、1686 K $\rightarrow q^2/4\pi\epsilon_0 R = 1686 k_B$
 - 水の誘電率 $\epsilon = 80 \epsilon_0$
 - 水中の解離は、21 K: $q^2/4\pi\epsilon R = q^2/320\pi\epsilon_0 R = 21 k_B$

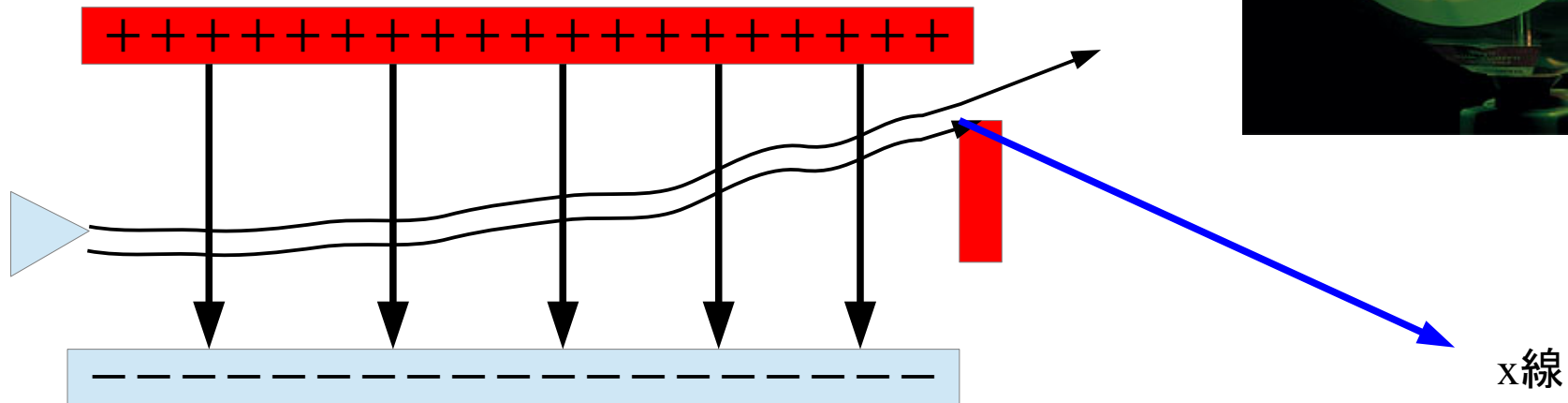
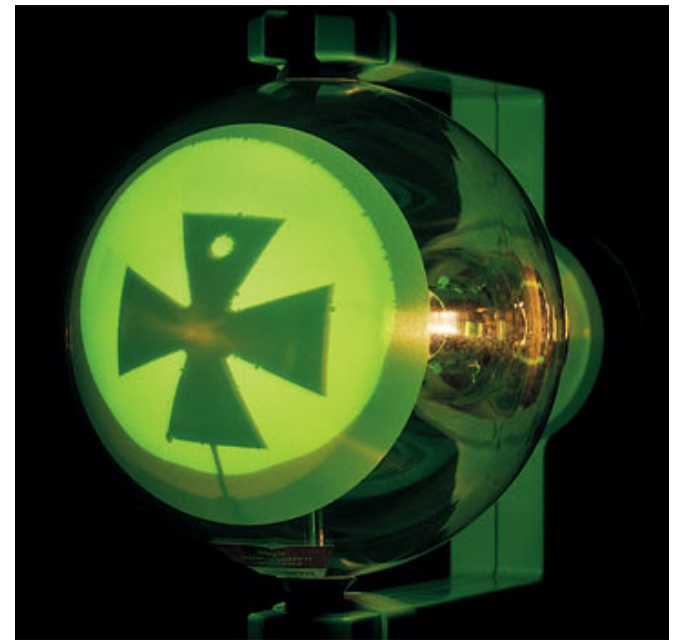
- 1869年,メンデレーエフによって周期表

- 原子が持っているイオンの電荷量は、原子量順に並べると、周期的になっている。



陰極線

- 1875年、クルックスの陰極線実験



電子 (Electron)

- 負の電荷を持つ粒子。
- 質量が原子よりはるかに小さいが、ある。

$$m \frac{\partial x}{\partial t^2} = q E_x$$

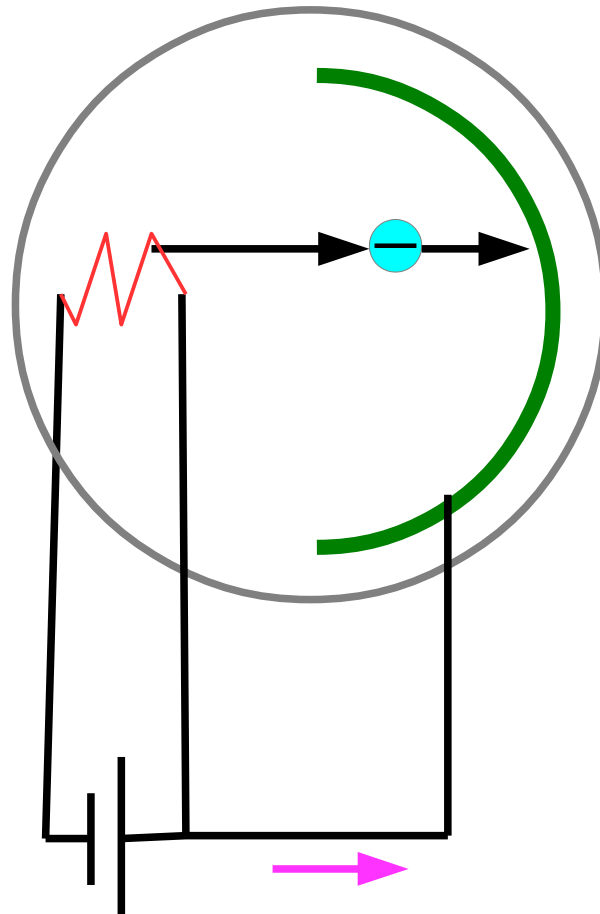
q/m : 比電荷

$$m \frac{\partial y}{\partial t^2} = q E_y$$

$$(x \quad y) = \left(\frac{q^2}{2m^2} E_x^2 t \quad \frac{q^2}{2m^2} E_y^2 t \right)$$

エジソン効果 (熱電子放出)

- 1883年 エジソンは、電球のフィラメントから電子が飛び出していることを発見した。

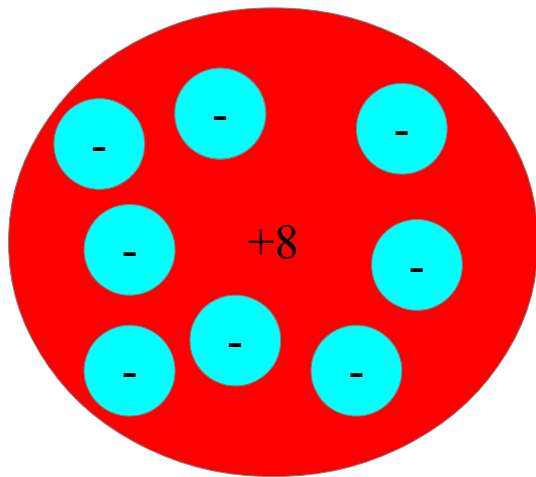


$$\frac{1}{2}k_B T > W$$

$$I \propto \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right)$$

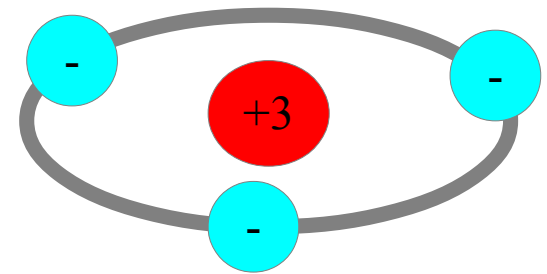
W: 仕事関数(Work function)

- 1897年トムソン原子モデル。

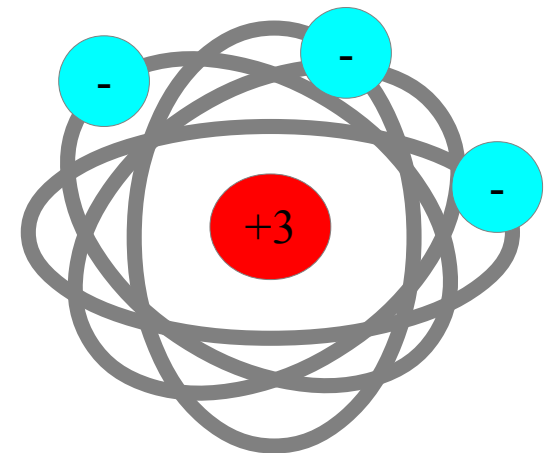


$$f(r) = -G \frac{mM}{r^2}$$

電子は、動いていると電磁場を放出するため、動いてないと考えられた。



土星モデル

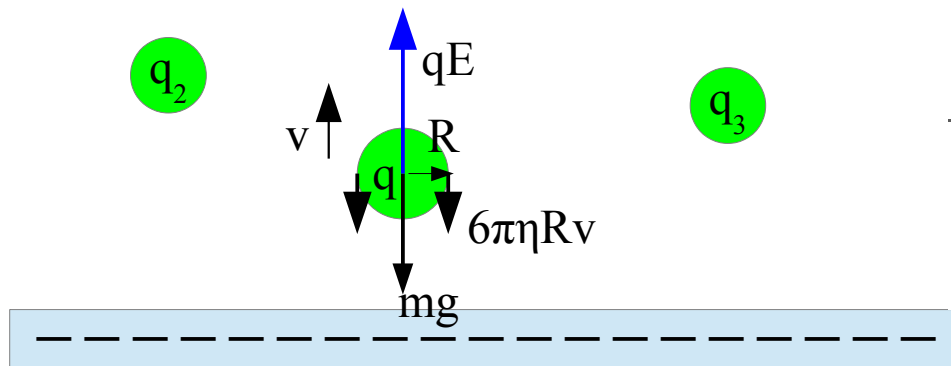


惑星モデル

電荷素量

- 1897年 ジョン・タウンゼント
- 1898年 J・J・トムソン
- 1909年 ミリカンの油滴実験

+++++



$$F(z) = qE - \frac{4\pi R^3}{3}\rho g - 6\pi\eta Rv_z = 0$$

$$q = \frac{6\pi\eta Rv_z + \frac{4\pi R^3}{3}\rho g}{E}$$

$$e = 1.602176565(35) \times 10^{-19} \text{ C}$$

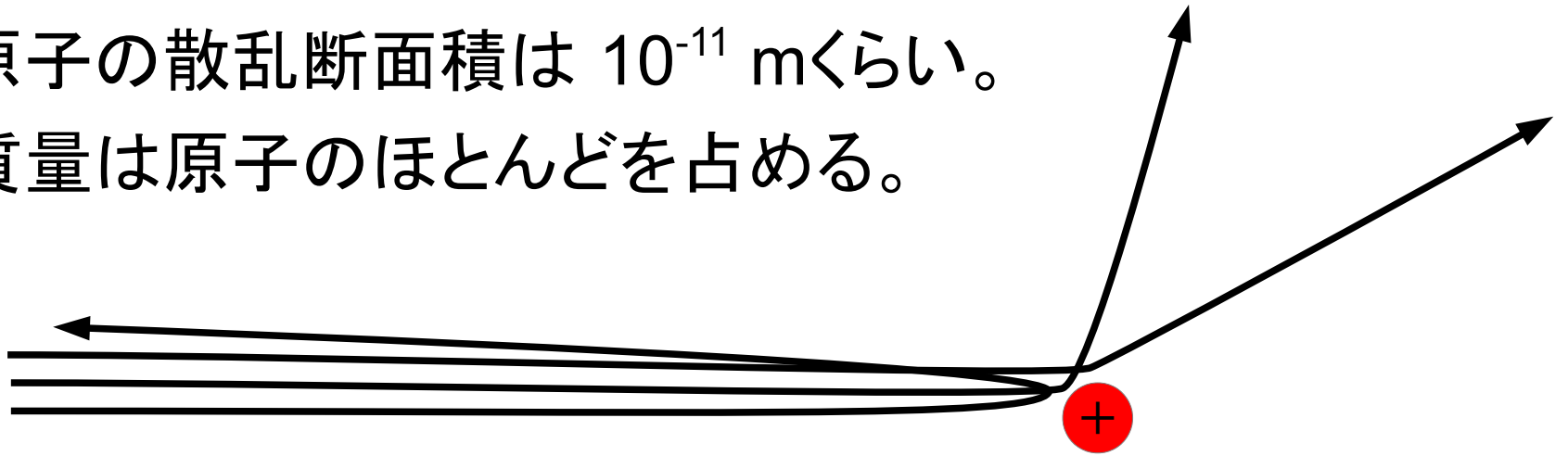
$$m_e = 9.10938291(40) \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$M_H = 1.672621777(74) \times 10^{-27} \text{ kg}$$

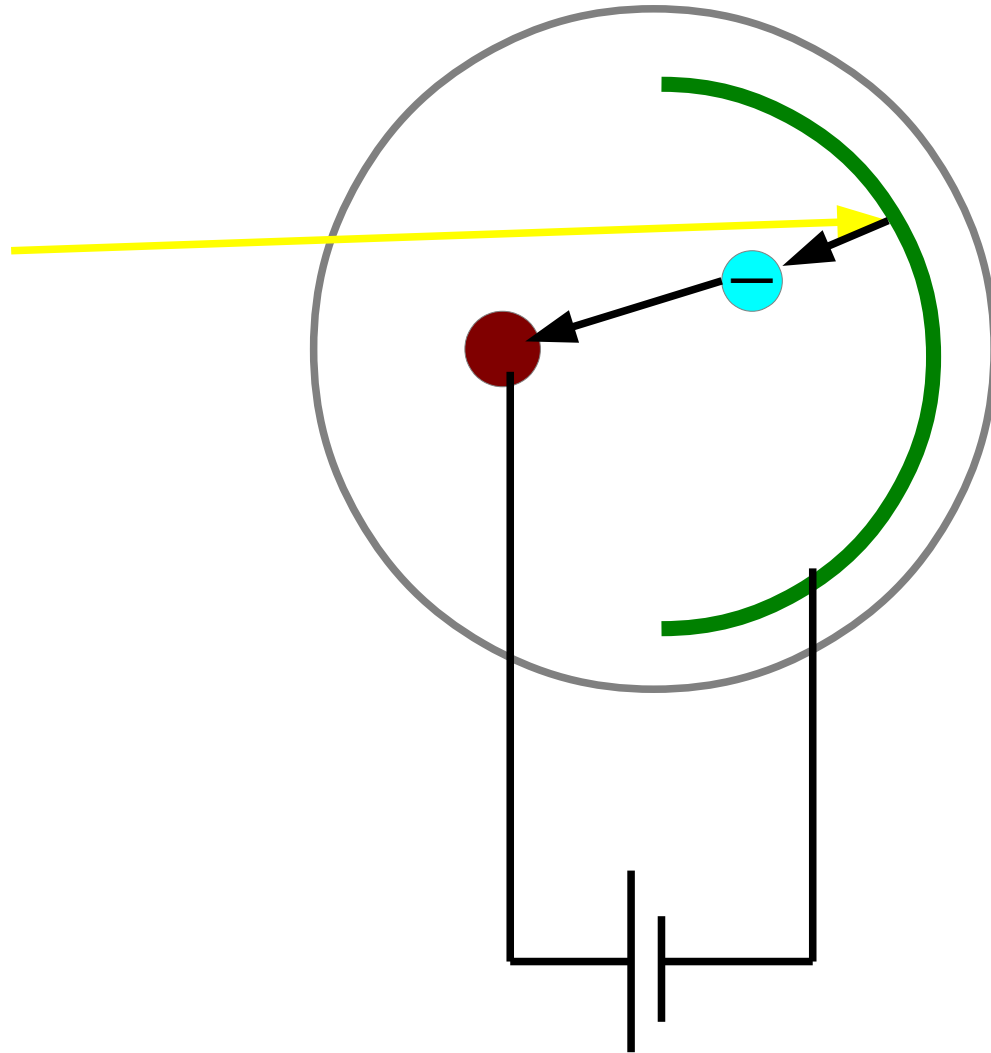
Rとvを測ると電荷が測れる。どの電荷も電荷素量の整数倍になっていた。

原子核

- 1911年ラザフォード散乱 原子核の発見
 - 正電荷が 10^{-15} mほどに集中している。
 - 原子の散乱断面積は 10^{-11} m²くらい。
 - 質量は原子のほとんどを占める。



光電管



光が当たると電子が飛び出し電流が流れるのだが

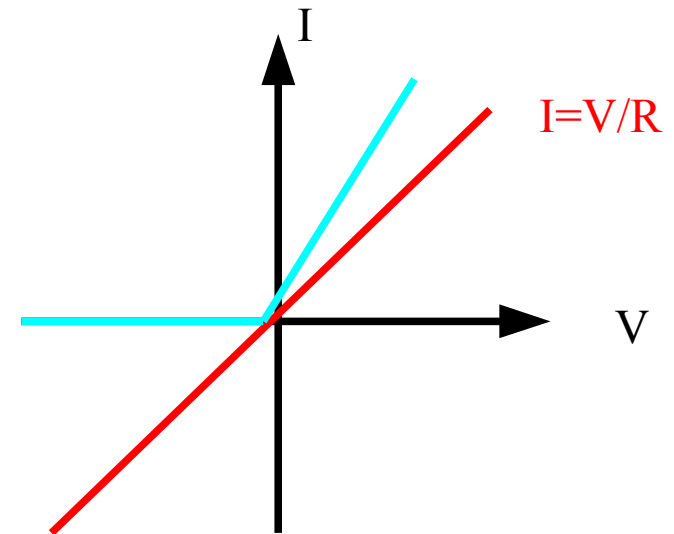
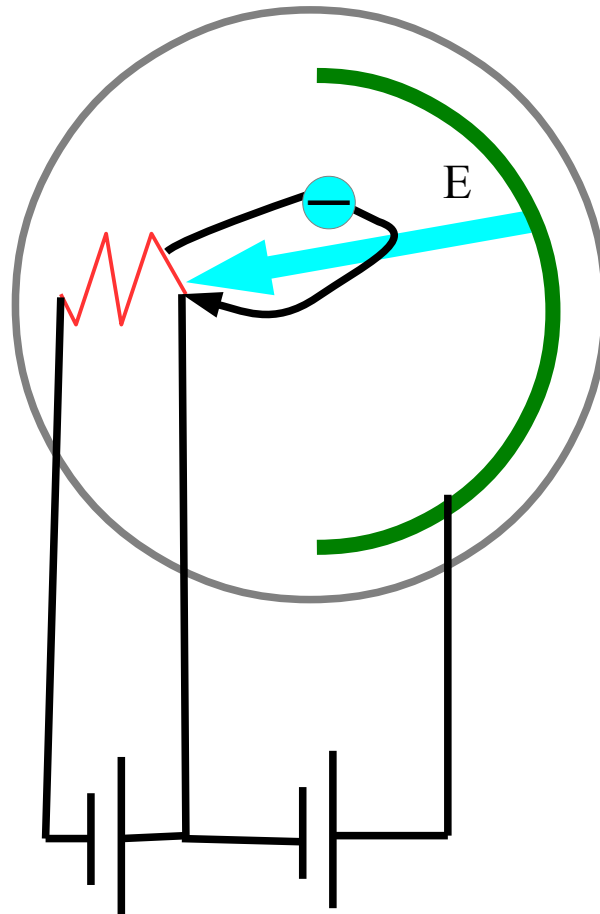
ある周波数以下の光では、まったく電流が流れない。

$$h\nu > W$$

h: プランク定数 (Js)

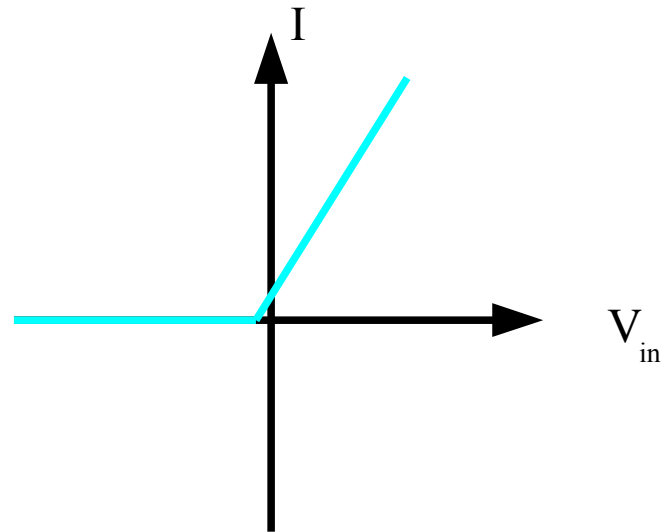
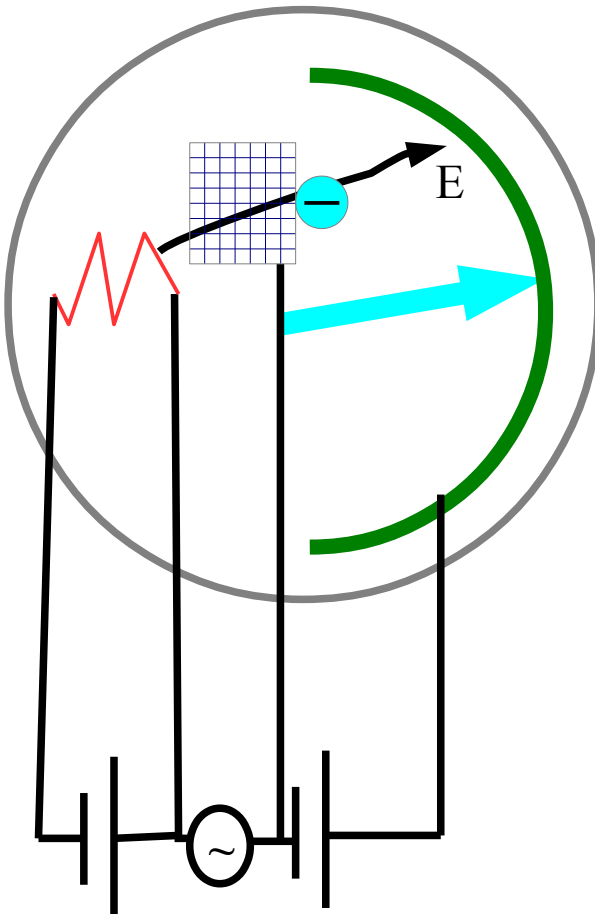
真空管(2極管)

- 1904年 フレミングが発明。整流作用



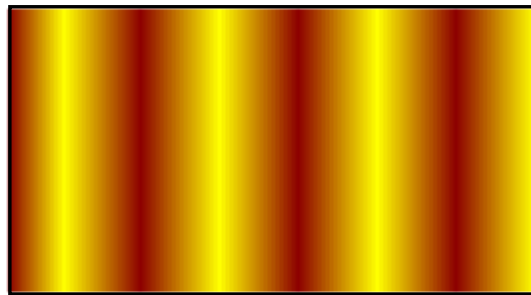
3極管

- 1906年 フォレスト。3極管。増幅作用



光量子仮説

- 1892-1905年、電荷素量や原子のように、光は波であると同時にエネルギーの粒子のようにも振舞う。この粒子性を量子と呼ぶ。



$$e = \frac{1}{2}\epsilon\mathbf{E}^2 + \frac{1}{2}\mu\mathbf{H}^2 \qquad \frac{e}{c} = p$$

$$e = h\nu = \hbar\omega$$

$$p = h\frac{\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$



h: プランク定数
 $6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

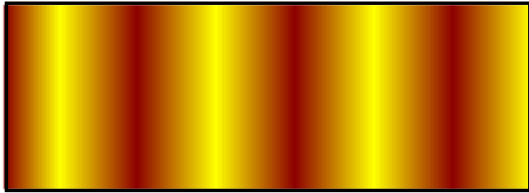
物質波(ド・ブロイ波)

- 1924年、ド・ブロイは逆に粒子だと思われた電子や原子も波であると考えた。



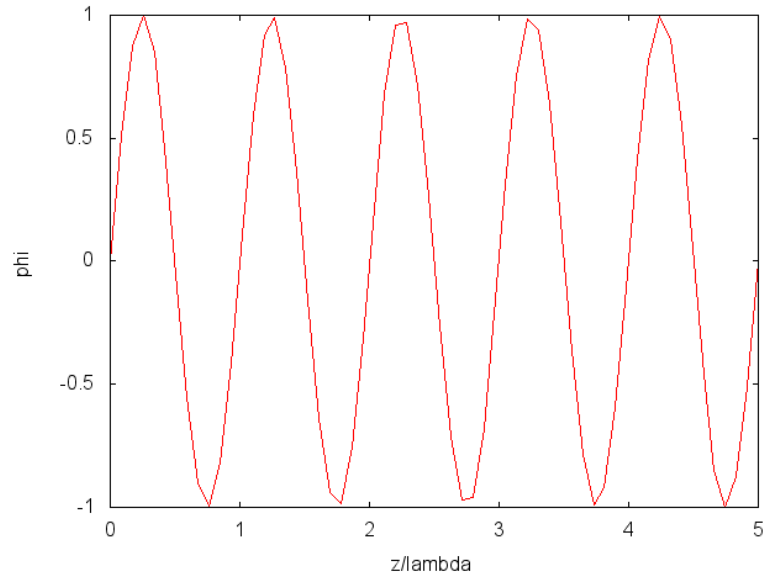
$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$p = mv$$

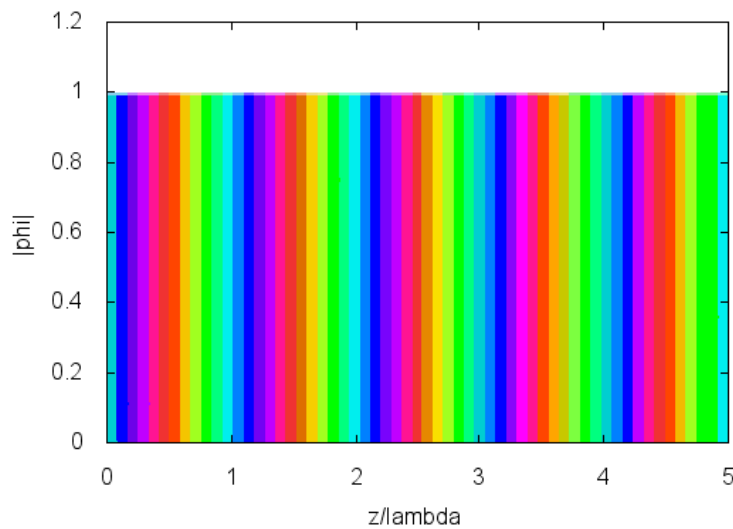


$$h\frac{\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = p$$

ド・ブロイ平面波



$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t)$$

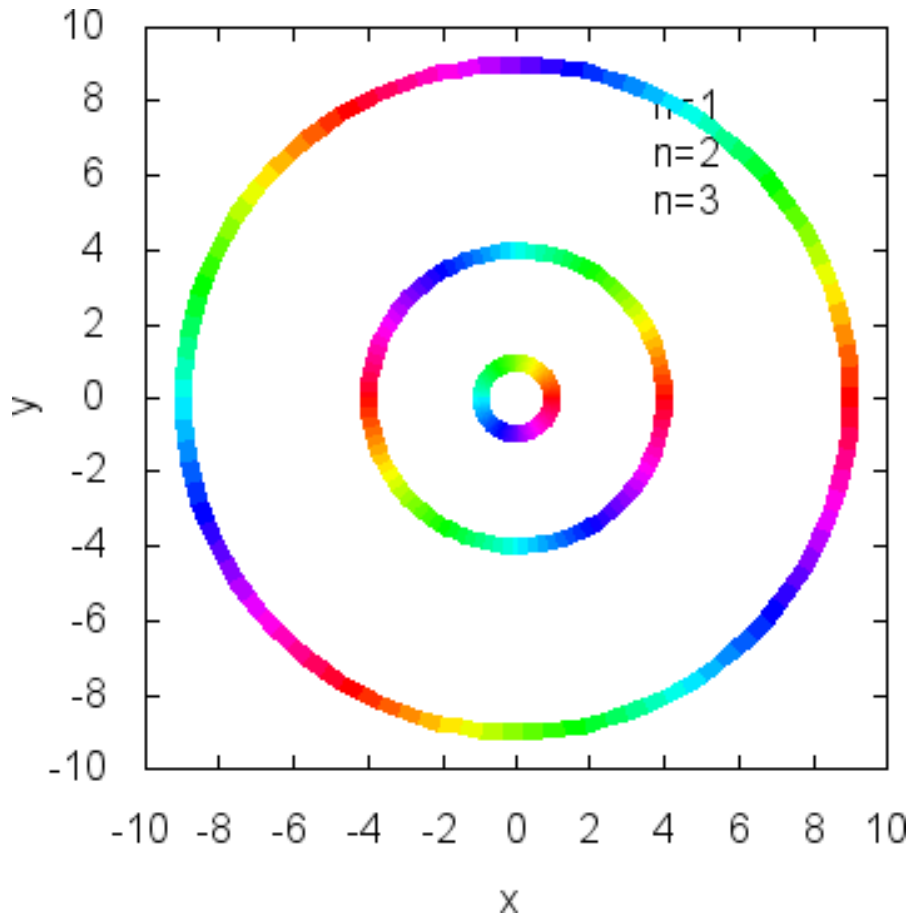


$$\psi(x, y, z, t) = \exp \{i(kz - \omega t)\}$$

ボーア原子模型

電気力と遠心力のつりあい

- ボーアの原子模型



$$F_r = \frac{mv^2}{R} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = 0 \quad (R > 0)$$

速度 $v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m R}}$

波長 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{em} \sqrt{4\pi\epsilon_0 m R}$

一周の長さが波長の整数倍 $2\pi R = n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$

$$4\pi^2 R^2 = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 h^2 R}{e^2 m}$$

$$R = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m} = a_0 n^2$$

ボーア半径 $a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m}$

シュレディンガー方程式

- エネルギーとハミルトニアンをつなぐと物質波動方程式になる。

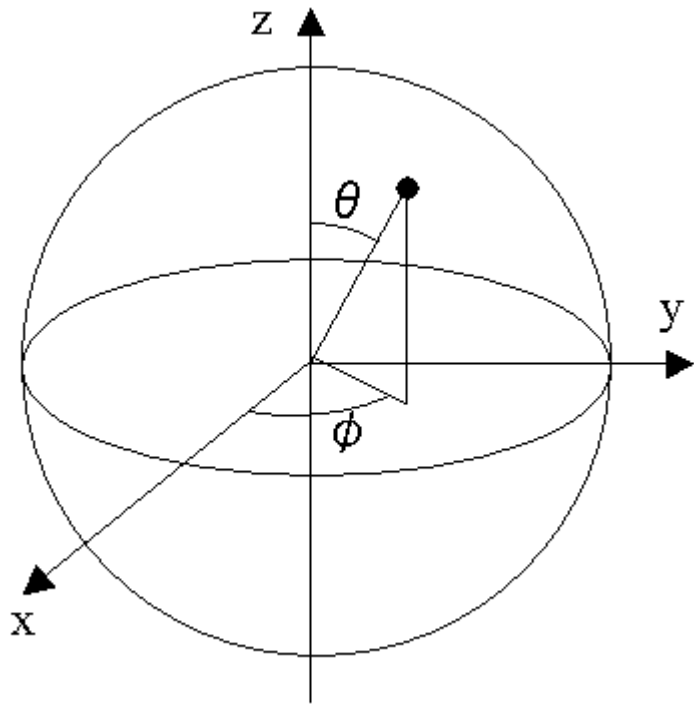
$$\mathcal{H}(t) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{x}) = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\mathbf{x}, t)$$

$$E = \hbar\omega = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{x}, t) = \mathcal{H} \Psi(\mathbf{x}, t)$$

極座標

原子など、球対称なものを解くには、極座標が有効。



$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \sin \theta \cos \varphi \\ r \sin \theta \sin \varphi \\ r \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta_{x,y,z} \\ \varphi_{x,y} \end{pmatrix}$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

$$\psi(x, y, z, t) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)T(t)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, \theta, \phi, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right\} \psi(r, \theta, \phi, t) + U(r)\psi(r, \theta, \phi, t)$$

変数分離

- 多変数関数を各変数の関数に分ける

$$\psi(x, y, z, t) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)T(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{i\hbar}{T(t)} \frac{\partial}{\partial t} T(t) &= E \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{1}{r^2 R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) R(r) + \frac{1}{r^2 \sin \theta \Theta(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \Theta(\theta) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta \Phi(\phi)} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \Phi(\phi) \right\} \\ &\quad + U(r) \end{aligned}$$

左辺は時間のみの関数なので、分離して

$$\frac{i\hbar}{T(t)} \frac{\partial}{\partial t} T(t) = E$$

$$T(t) = \exp(-i\omega t)$$

$$E = \frac{i\hbar}{T(t)} \frac{\partial}{\partial t} T(t)$$

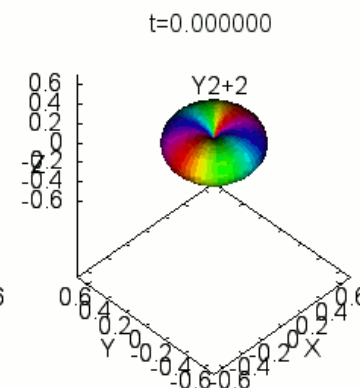
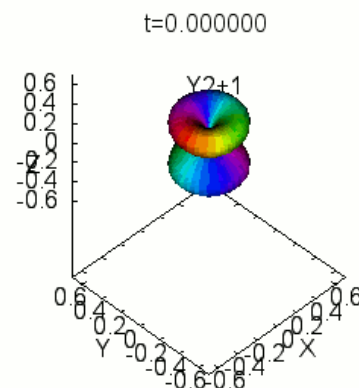
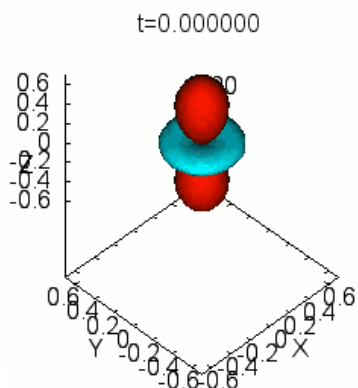
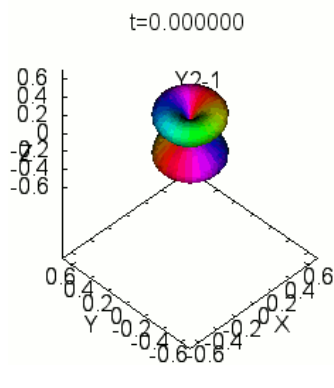
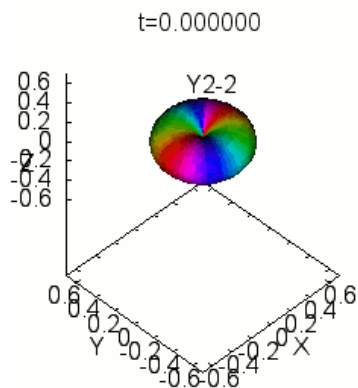
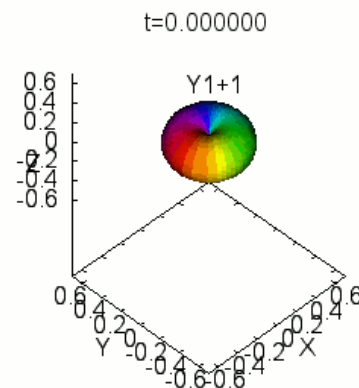
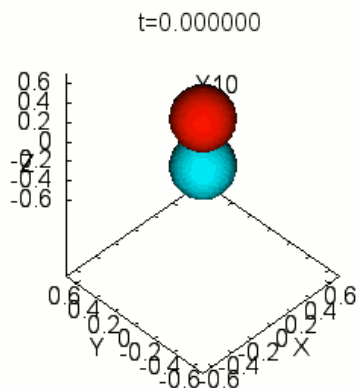
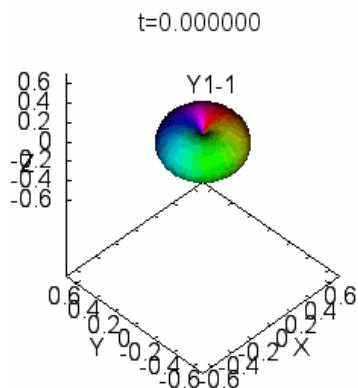
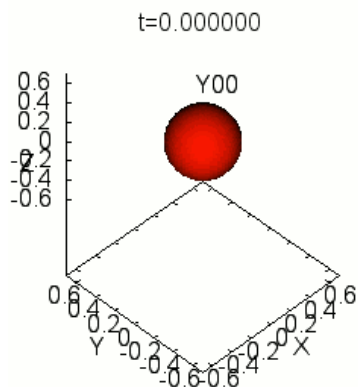
$$= \hbar\omega$$

これを右辺に代入

球面調和関数

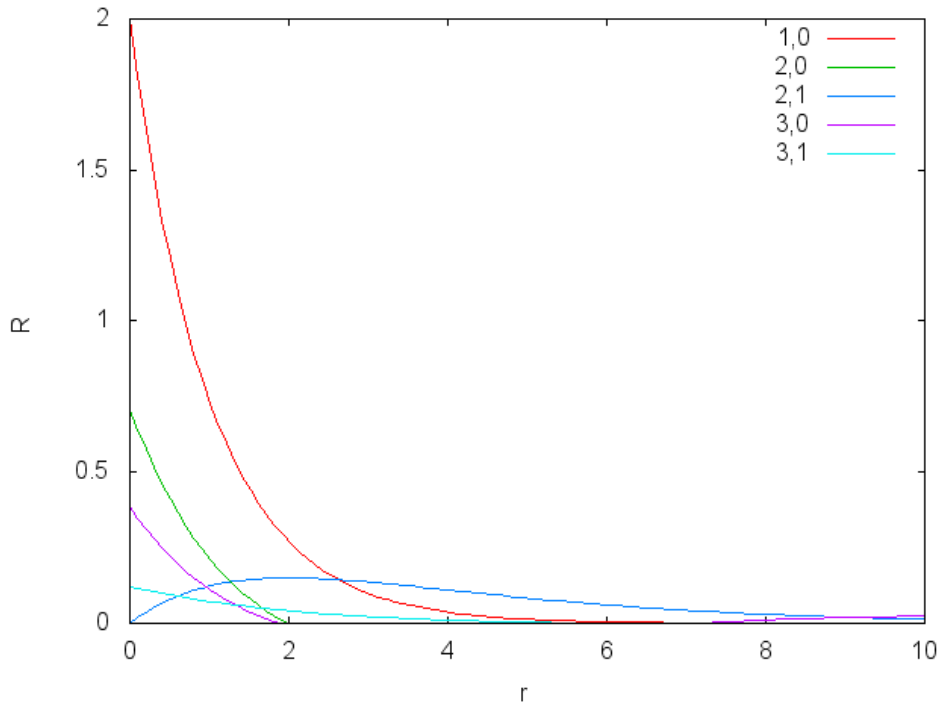
$$Y_{l,k}(\theta, \phi) = \Theta_{l,k}(\theta)\Phi_l(\phi)$$

このような、 θ と ϕ はまとめて球面調和関数として知られる。

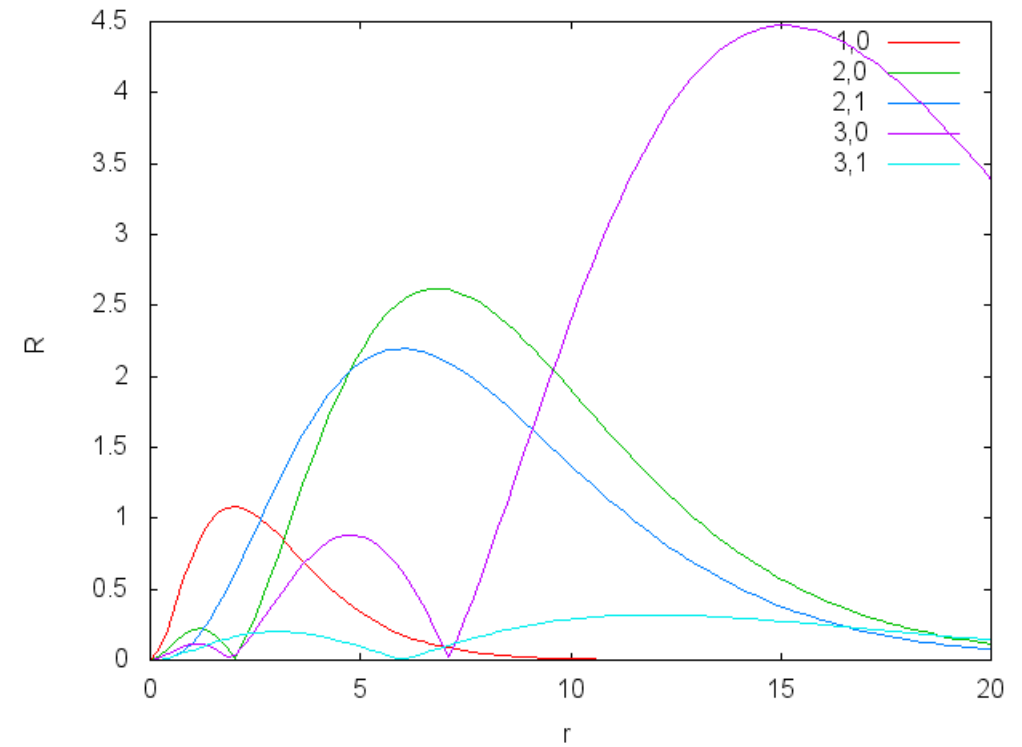


分布

- $N=1,2,3, l=0,1$ の分布



$R(r)$ そのもの



存在確率 $R^*(r)R(r) 4\pi/3 r^3$